

Теорема Цермело. Каждое множество A можно вполне упорядочить, т.е., ввести на нём такой линейный порядок \leq , чтобы (A, \leq) являлось вполне упорядоченным множеством.

1. Любые два множества можно сравнить по мощности: для любых A, B выполнено $|A| \leq |B|$ или $|B| \leq |A|$.

2. Докажите, что каждое бесконечное множество A равномощно своему декартову квадрату $A \times A$.

3. Докажите, что для любых бесконечных множеств A и B

$$|A \cup B| = |A| \text{ или } |A \cup B| = |B|.$$

4*. Докажите, что на плоскости найдётся такое множество точек, которое пересекается с каждой прямой плоскости ровно в двух точках.

5*. Докажите, что для любого натурального числа $n \in \mathbb{N}$ его последовательность Гудстейна конечна.

Список литературы

- [1] Верещагин Н., Шень А. Начала теории множеств - М.: МЦНМО, 1999
- [2] Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов - М.: Физико-математическая литература, 1995