«Геометрия и Топология»

Международная конференция в честь 60-летия Олега Рустамовича Мусина. 10—11 Февраля 2014г., ИППИ РАН.

Понедельник, 10-ое февраля, 2014

10:00 – 10:40 **В. М. Бухштабер**,

Многообразия с действием тора, функциональные уравнения и многогранники.

В ряде областей математики и физики естественно возникают компактные гладкие $2n$-мерные многообразие с гладким действием компактного k-мерного тора. Мы будем рассматривать действия с изолированными неподвижными точками, допускающие эквивариантное вложение многообразия с комплексным нормальным расслоением в эвклидово пространство. В этом случае имеет место замечательная формула(теорема локализации), сопоставляющая каждому многообразию указанного класса и каждому ряду $f(t) = t + \ldots$ ряд от k-переменных, коэффициенты при мономах которого задаются явными функциями от наборов весов представления тора в окрестностях неподвижных точек и от знаков этих точек. Доклад посвящён приложениям теоремы локализации в трёх направлениях исследований о которых идёт речь в его названии. Все определения необходимые для понимания приложений будут введены в ходе доклада.

10:45 – 11:25 **Н. П. Долбилин,**

Local Criteria for Regular Sets.

Motivated by questions that appear in theory of self-assembing a crystal from amorphous solution, in 1970's the basics of the local theory of crystal have been developed (Delone, Dolbilin, Stogrin).

In connection with the discovery of quasicrystals (Penrose – in theory, Shechtman – in laboratory, Nobel Prize – 2011), recently we have revisited the local theory and received several new results. In the talk we are going to discuss some of them, in particular:

(1) the basic local criterion of crystal;

(2) central symmetry of $2R$-clusters in a Delone set with all $2R$-clusters pairwise congruent implies global central symmetry of the set;

(3) let in a Delone set X all $10R$-clusters are pairwise congruent, then X is a regular set (i.e. a crystallographic orbit of some point). The last statement is proved for $\mathbb{R}^3$.

11:40 – 12:20 **С. В. Матвеев**

Примарные разложения топологических объектов.

Будет рассказан общий метод доказательства существования и единственности разложений различных топологических объектов в сумму примарных слагаемых, а также построения контрпримеров, когда единственности нет.

12:25 – 13:05 **А. Ю. Веснин**

Гиперболические 3-многообразия с каспами заданной сложности, имеющие максимальный объем.

Известно, что среди всех тетраэдров в пространстве Лобачевского наибольший объем имеет правильный (все двугранные углы равны) идеальный (все вершины лежат на абсолюте) тетраэдр. Под сложностью гиперболического 3-многообразия с каспами понимают миимальное число идеальных тетраэдров в его триангуляции. Среди всех гиперболических 3-многообразий заданной сложности наибольший объем имеют те, которые склеиваются из правильных идеальных тетраэдров. Мы приведем полный список таких многообразий до сложности не более десяти. Некоторые из них являются дополнениями к узлам и зацеплениям в трехмерной сфере.

14:30 – 15:10 **Е. В. Щепин**

Код пересечений.

Пересечения границы плоской области с горизонтальной (параллельной оси абсцисс) прямой линией делятся на три типа: трансверсальные пересечения (кодируется символом «П»), касания снизу (кодируется символом «Р») и касания сверху (кодируется символом «С»). Код пересечения области с конечным пучком горизонтальных прямых представляет собой слово трехбуквенного алфавита образованное кодами типов пересечений прямых пучка с границей области в лексикографическом порядке: сначала коды пересечения с верхней линией слева направо, потом со следующей и т.д. (линии рассматриваются в порядке сверху вниз, а точки на линиях слева направо). Например, если область представляет собой кольцо, границей которой служат две концентрические окружности, а в качестве пучка прямых рассматриваются горизонтальные касательные к этим окружностям, то код пересечения кольца с пучком (четырех) касательных будет выражен таким словом «РПРППСПС». В докладе будет рассказано о свойствах языка пересечений и предложен эффективный алгоритм, основанный на коде пересечений, позволяющий установить существование гомеоморфизма между заданной парой плоских областей, который изменяет значение ординат точек областей в заданных пределах.

15:15 – 15:55 **С. В. Конягин**

On Freiman's Theorem.

By a celebrated theorem of Freiman, if A is a finite set of reals and $|A+A| \leq K|A|$ then there is $d \leq d(K)$, positive integers $N_1, \ldots, N_d$, and an affine mapping $\Phi : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ such that $N_1 \ldots N_d \leq D(K)|A|$ and

$$A \subset \Phi(([0, N_1) \times \cdots \times [0, N_d)) \cap \mathbb{Z}^d).$$

It turns out that Freiman's Theorem is very important for numerous applications and very attractive. Currently best results related to Freiman's Theorem use combination of various ideas from Harmonic Analysis, Combinatorics, Probability Theory and Geometry of Numbers.

16:10 – 16:50 **А. А. Гайфуллин**

Изгибаемые кросс-политопы в пространствах произвольных размерностей.

В 1897 году Р. Брикар нашел три типа изгибаемых самопересекающихся октаэдров в трехмерном евклидовом пространстве. С тех пор этот результат обобщался в нескольких направлениях. Во-первых, были построены примеры несамопересекающихся изгибаемых многогранников (первый пример принадлежит Р. Коннелли, 1977). Во-вторых, были построены аналоги октаэдров Брикара в пространстве Лобачевского и в сферическом пространстве. В-третьих, были предприняты попытки построения изгибаемых многогранников в старших размерностях. До недавнего времени эти попытки удавались только в размерности 4, где были построены изгибаемые самопересекающиеся кросс-политопы (А. Вальц, 1998, Х. Штахель, 2000). Высказывалось предположение, что в размерностях 5 и выше изгибаемых многогранников не бывает, так как возникающие системы алгебраических уравнений на длины ребер становятся «слишком сильно переопределенными». Это предположение оказалось неверным. В докладе будет рассказана конструкция изгибаемых самопересекающихся кросс-политопов в пространствах постоянной кривизны (евклидовом, сферическом и пространстве Лобачевского) произвольных размерностей. Более того, будет дана классификация всех изгибаемых кросс-политопов.

16:55 – 17:35 **А. А. Глазырин**

Optimality of Delaunay triangulations.

This talk is devoted to the optimal properties of Delaunay triangulations. We are interested in finding functionals on triangulations of point sets such that for any point set a functional is minimized by a Delaunay triangulation.

The talk is mostly based on papers of O. Musin and the joint work in progress with H. Edelsbrunner and O. Musin.

Вторник, 11-ое февраля, 2014

10:00 – 10:40 **А. С. Мищенко**

Гомотопическая классификация транзитивных алгеброидов Ли.

Транзитивные алгеброиды Ли детально исследовались в книге К. Маккензи «Общая теория группоидов Ли и алгеброидов Ли», Cambridge University Press, 2005. В частности, там показано, что гладкие отображения многообразий порождают обратный образ (pullback) транзитивных алгеброидов Ли, который зависит только от гомотопического класса отображения. Из этого наблюдения вытекает, что классификация транзитивных алгеброидов Ли сводится к построению финальных объектов для каждой фиксированной конечномерной алгебры Ли g, присоединенной к транзитивному алгеброиду Ли, а сама классификация является гомотопической. И хотя это естественное наблюдение очевидно, само построение финальных объектов до сих пор не было проведено.

Мы доказываем, что гомотопическая классификация сводится к построению финального пространства в виде классифицирующего пространства BG, где G есть группа $Aut(g)$ всех автоморфизмов присоединенной алгебры Ли g? с более тонкой, чем классическая, топологией. Эта конструкция, в частности, позволяет вычислять когомологическое препятствие Маккензи для существования транзитивного алгеброида Ли, которое оказвается во многих случаях тривиальным. Данная работа выполнена совместно с Ли Сяою (Китай) и В. А-М. Касимовым (Азербайджан).

10:45 – 11:25 **И. А. Дынников**

Лежандровы узлы, монотонное упрощение и гипотеза Джонса.

Я расскажу нашу недавнюю работу с Максимом Прасоловым, где мы неожиданно для себя доказали так называемую гипотезу Джонса, которая гласит, что алгебраическое число пересечений косы, представляющей данное зацепление, является инвариантом последнего при условии, что число нитей косы минимально возможное. Началась эта работа с того, что мы нашли критерий, когда данная прямоугольная диаграмма зацепления допускает понижение сложности (дестабилизацию) после некоторого числа сохраняющих сложность элементарных преобразований (рокировок). Оказалось, что отвечают за это свойство два лежандровых зацепления, которые естественным образом ассоциируются с любой прямоугольной диаграммой.

11:40 – 12:20 **И. М. Кричевер**

Коммутирующие разностные операторы и комбинаторная двойственность Гэйла.

В последнее время разностные уравнения вида $V + a_i^1 V_{i+1} + ... + a_i^k V_{i+k} + V_{i+k+1} = 0$ с n-периодическими коэффициентами привлекли повышенное внимание и объединили многочисленные исследование в теории интегрируемых систем, в работах по кластерным алгебрам, в теории “friezed patterns”. Оказывает, что исходное уравнение допускает естественное введение спектрального параметра, позволяющее связать эту задачу с теорией коммутируюших разностных операторов, которая проясняет ряд недавних и класссических результатов — в частности дуальность Гэйла.

12:25 – 13:05 **А. И Гарбер**

Parallelohedra and the Voronoi Conjecture.

A parallelohedron is a d-dimensional polytope which can tile the d-dimensional Euclidean space with translation copies. In 1909 Voronoi conjectured that every parallelohedron is an affine image of a Dirichlet–Voronoi polytope for some lattice. Since Voronoi stated his conjecture there were several results for different families of parallelohedra (G. Voronoi himself, O. Zhitomirskii, R. Erdahl, A. Ordine) but the conjecture remains unproved in the general case.

In this talk we will discuss some of the mentioned results and the way they were achieved, also we will sketch the proof of the Voronoi conjecture in a new special case. Furthermore we will discuss some other problems related to parallelohedra theory and the Voronoi conjecture.

14:30 – 15:10 **И. Х. Сабитов**

Объем гиперболического тетраэдра в функции координат его вершини доказательство формулы Шлефли.

15:15 – 15:55 **Н. Ю. Нецветаев**

Theorems of Borsuk–Ulam–Musin type for generalized manifolds.

The widely known Borsuk-Ulam theorem states that any “odd” mapping of the n-sphere to the Euclidean n-space has a pair of antipodal zeros, or, vice versa, that there exist no “odd” mappings of the n-sphere to the $(n-1)$-sphere. The theorem has various different proofs, as well as numerous generalizations. Oleg Musin generalized the theorem to the case of equivariant mappings of piecewise linear manifolds to the Euclidean space. (See Oleg R. Musin, Borsuk–Ulam type theorems for manifolds, Proc AMS 140 (2012), 2551-2560.) It turns out that the condition of piecewise linearity can be substantially weakened (and, furthermore, we can consider mappings not only to the Euclidean space): instead of PL-manifolds we consider homological manifolds and even more general classes of polyhedra, and sometimes even pseudomanifolds.

16:10 – 16:50 **С. Б. Гашков**

Сложность действительных многочленов, линейных операторов и операций в конечных полях.

Обзор некоторых результатов об эффективных нижних оценках сложности монотонных вычислений действительных многочленов и линейных булевых операторов, а также о сложности реализации умножения и деления в конечных полях характеристики два булевыми схемами.

16:55 – 17:35 **М. А. Цфасман**

Алгеброгеометрические конструкции упаковок шаров.

Плотные упаковки шаров в многомерных евклидовых пространствах строить весьма затруднительно. В качестве одного из источников таких конструкций можно использовать поля алгебраических чисел или, что обычно проще, алгебраические кривые над конечными полями. Вопрос о плотности получаемых упаковок, в свою очередь, приводит к многим интересным вопросам о геометрии и арифметике глобальных полей.